РАССМОТРЕНА

МО учителей математики, физики и информатики

МБОУ – Займищенской СОШ

им. Ф.Г.Светика г.Клинцы Брянской области

Протокол от « 29 » августа 2017 г. № 1

УТВЕРЖДЕНА

Приказом МБОУ - Займищенской СОШ

им. Ф.Г.Светика г.Клинцы Брянской области

от « 30 » августа 2017 г. № 222

Директор школы Башлыкова Т.А.

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение - Займищенская средняя общеобразовательная школа

им. Ф.Г.Светика

г. Клинцы Брянской области

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Факультативный курс по математике

«Занимательная математика.

Решение текстовых математических задач»

8 а класс

2017- 2018 учебный год

Учитель: Малик Наталья Ивановна

г.Клинцы
Брянской области

« Занимательная математика.
Решение текстовых математических задач»

Класс - 8

Срок реализации – 2017-2018 учебный год

Учителя: Малик Наталья Ивановна
Ананенко Анна Фёдоровна

Пояснительная записка

Математическое образование, получаемое в общеобразовательной школе, является важнейшим компонентом общего образования и общей культуры современного человека. В течение многих столетий математика является неотъемлемым элементом системы общего образования. Объясняется это уникальностью роли учебного предмета «Математика» в формировании личности. Образовательный и развивающий потенциал математики огромен. В современном обучении математика занимает весьма значительное место. Изучение основ математики в современных условиях становится все более существенным элементом общеобразовательной подготовки молодого поколения.

Изучение математики в основной школе нацелено на формирование математического аппарата для решения задач из математики, смежных предметов, окружающей реальности. Язык алгебры подчеркивает значение математики, как языка для построения математических моделей, процессов и явлений реального мира (одной из основных задач изучения алгебры является развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики; овладение навыками дедуктивных рассуждений.

Основная задача обучения математике в школе – обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования. Процесс обучения в школе предполагает, в частности, решение таких важных задач как обучение детей способам усвоения системы знаний, с одной стороны, а с другой - активизацию их интеллектуальной деятельности. Это обуславливает выделение проблемы управления интеллектуальной деятельностью школьников в число наиболее важных для педагогики. Создание условий для максимальной реализации познавательных возможностей ребенка способствует тому, что обучение ведет за собой развитие. Эффективность учебного процесса, в ходе которого формируется умственный и нравственный облик человека, во многом зависит от успешного усвоения одинакового, обязательного для всех членов общества содержания образования и всемерного удовлетворения и развития духовных запросов, интересов и способностей каждого школьника в отдельности. Без факультативных занятий такой подход осуществить крайне трудно.

Факультативные занятия имеют большое значение для развития личности, только здесь в полной мере можно осуществить индивидуальный и дифференцированный подход. Сюда приходят не за отметкой, а за радостью познания, своего собственного открытия, только здесь идёт оценка развития учащегося в сравнении с самим собой, а не соответствие нормам и требованиям стандарта образования.

Умение составлять математические модели является одним из наиболее значимых для решения различных прикладных задач. Для учащихся составление математических моделей представляет зачастую большую сложность. Преобразование символических форм вносит свой специфический вклад в развитие воображения, способностей к математическому творчеству. Другой важной задачей изучения алгебры является получение школьниками конкретных знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов (равномерных, равноускоренных, экспоненциальных, периодических и др.), для формирования у обучающихся представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры. Большинство обучающихся не в полной мере владеют техникой решения текстовых задач, об этом можно судить по статистическим данным анализа результатов проведения ГИА. Задания 2-ой части ГИА – 9 содержат задачу, которая оценивается максимумом баллов, за нетрадиционной формулировкой этой задачи обучающимся необходимо увидеть типовые задачи, которые были достаточно хорошо отработаны на уроках в рамках школьной программы. По этим причинам возникла необходимость более глубокого изучения традиционного раздела элементарной математики: решение текстовых задач. Полный минимум знаний, необходимый для решения всех типов текстовых задач, формируется в течение первых девяти лет обучения учащихся в школе, поэтому представленный факультативный курс «Решение текстовых задач» вводить с 8-го класса.

Цели изучения учебного курса.

1) развитие устойчивого интереса обучающихся к изучению математики;
2) систематизация имеющихся знаний о типах и способах решения текстовых задач;
3) выявление уровня математических способностей обучающихся и их готовности в дальнейшем к профильному обучению.

Задачи:
1) повысить интерес к предмету;
2) формировать математические знания, необходимые для применения в практической деятельности, в частности при решении текстовых задач;
3) формировать высокий уровень активности, раскованности мышления, проявляющейся в продуцировании большого количества разных идей, возникновении нескольких вариантов решения задач, проблем;
4) развивать мышление обучающихся, формирование у них умений самостоятельно приобретать и применять знания;
5) формировать умение выдвигать гипотезы, строить логические умозаключения, пользоваться методами аналогии и идеализаций;
6) подготовить учащихся к государственной итоговой аттестации;

Основные принципы отбора материала:
- принцип доступности;
- принцип дифференцированности;
- принцип наглядности.
- преемственность.
- результативность.

Методы и формы обучения:
- личностно-ориентированный подход;
- самостоятельное добывание знаний;
- тренировка в применении приобретённых знаний;

- парная, фронтальная, групповая, самостоятельная работа, работа с тестами.

Для успешного достижения поставленных целей и задач при формировании групп желательно учитывать не только желание ребенка заниматься, но и его конкретные математические способности.

Общая характеристика учебного курса.

Факультативный курс сможет удовлетворить потребности учеников, склонных к более глубокому изучению математики, а также дает возможность проявиться каждому ученику. Преподавание факультатива строится как повторение и углубленное изучение вопросов, предусмотренных программой основного курса по математике основной школы. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление обучающихся. Факультативные занятия дают возможность шире и глубже изучить программный материал, задачи повышенной трудности, глубже рассмотреть теоретический материал и поработать над ликвидацией пробелов знаний обучающихся, и внедрить принцип опережения. Регулярно проводимые занятия по расписанию дают разрешить основную задачу: как можно полнее развивать потенциальные творческие способности каждого ученика, не ограничивая заранее сверху уровень сложности используемого задачного материала, повысить уровень математической подготовки обучающихся.

Данный курс имеет общеобразовательный, межпредметный характер, освещает роль и место математики в современном мире. Всего на проведение занятий отводится 17 часов. Курс состоит из четырех тем. Темы занятий независимы друг от друга и могут изучаться в любом разумном порядке. Изучаемый материал примыкает к основному курсу, дополняя его историческими сведениями, сведениями важными в общеобразовательном или прикладном отношении, материалами занимательного характера при минимальном расширении теоретического материала. Сложность задач нарастает постепенно. Прежде, чем приступать к решению трудных задач, надо рассмотреть решение более простых, входящих как составная часть в решение сложных.

Формы организации учебной работы: практикумы по решению задач, лекции, анкетирование, беседа, тестирование, частично-поисковая деятельность, элементы исследовательской деятельности.

Место учебного курса в учебном плане.

Данная программа рассчитана на учеников 8 - х классов. Факультативные занятия проходят 1 раз в неделю, в общей сложности – 34 ч в учебный год. Преподавание факультатива строится как углубленное изучение вопросов, предусмотренных программой основного курса ФГОС. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Факультативные занятия дают возможность шире и глубже изучать программный материал, задачи повышенной трудности, больше рассматривать теоретический материал и работать над ликвидацией пробелов знаний учащихся, и внедрять принцип опережения.

Планируемые результаты освоения учебного курса.

Требования к уровню подготовки обучающихся.

В результате успешного изучения курса учащиеся должны <u>знать</u>:

1) основные типы текстовых задач;

2) методы и алгоритмы решения текстовых задач.

Ожидаемые результаты:

В результате изучения курса учащиеся должны уметь:

- уметь определять тип текстовой задачи, знать особенности методики её решения, находить наиболее рациональные способы решения задач;
- уметь применять полученные математические знания в решении жизненных задач; прикладных задач и задач с практическим содержанием;
- уметь использовать дополнительную математическую литературу с целью углубления материала основного курса, расширения кругозора и формирования мировоззрения, раскрытия прикладных аспектов математики.

Формы контроля: тестирование, анкетирование, творческие работы, итоговый зачёт с групповой формой работы. При оценивании работы обучающихся на факультативном курсе используется рейтинговая система.

В результате изучения данного факультативного курса у учащихся будут сформированы *прочные представления:*

- о некоторых способах рассуждений и доказательств;
- о понятии «математическая задача»,
- о том, что значит решить математическую задачу.

Учащиеся *усовершенствуют такие способы деятельности,* как:

- умения выполнять построение графиков и решать задачи на построение в координатах;
- умения решать логические задачи средствами алгебры логики;
- решать текстовые задачи повышенной сложности.

Изучение данного факультативного курса предполагает *повышение уровня:*

- познавательного интереса к математике;
- развития логического мышления и математических способностей;
- опыта творческой деятельности;
- математической культуры;
- способности учиться.

Содержание учебного курса.

Числовые множества (3 ч). Множества и операции над ними. Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Развитие понятия числа. Основные свойства действительных чисел. Понятие о поле. Рациональные числа и измерения. Несоизмеримые отрезки и иррациональные числа. Плотность множества рациональных чисел. Приближение действительных чисел десятичными дробями и практические измерения. Исторический очерк развития понятия числа. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел. Понятие о равномощностных множествах; числовой и точечный континуумы.

Элементы математической логики (4 ч).

Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. Алгебра логики. Решение логических задач средствами алгебры логики. Моделирование формул логики высказываний релейно-контактными схемами. Анализ, упрощение и синтез релейно-контактных схем. Высказывательные формы и множества. Кванторы. Символическая запись формулировок аксиом, теорем, определений.

Процентные расчёты на каждый день. (10 ч.)

<u>Проценты. Основные задачи на проценты.</u>

Сообщается история появления процентов; устраняются пробелы в знаниях по решению основных задач на проценты: а) нахождение процента от числа; б) нахождение числа по его проценту; в) нахождение процента одного числа от другого.

<u>Процентные вычисления в жизненных ситуациях</u>

Показ широты применения в жизни процентных расчетов. Введение базовых понятий экономики: процент прибыли, стоимость товара, заработная плата, бюджетный дефицит и профицит, изменение тарифов, пеня и др.Решение задач, связанных с банковскими расчетами.

<u>Задачи на сплавы, смеси, растворы</u>

Усвоение учащимися понятий концентрации вещества, процентного раствора. Формирование умения работать с законом сохранения массы. Обобщение полученных знаний при решении задач на проценты.

Прикладные задачи из разделов экономики, химии, физики, обусловлена она непродолжительным изучением темы «Проценты» на первом этапе основной школы, когда учащиеся в силу возвратных особенностей ещё не могут получить полноценные представления о процентах, об их роли в повседневной жизни. На последующих этапах обучения повторного обращения к этой теме не предусматривается. Во многих школьных учебниках можно встретить задачи на проценты, однако в них отсутствует компактное и четкое изложение соответствующей теории вопроса. Текстовые задачи включены в материалы итоговой аттестации за курс основной школы, в КИМы и ЕГЭ, в конкурсные экзамены. Однако практика показывает, что задачи на проценты вызывают затруднения у учащихся и очень многие окончившие школу не имеют прочных навыков обращения с процентами в повседневной жизни. Понимание процентов и умение производить процентные расчёты в настоящее время необходимы каждому человеку: прикладное значение этой темы очень велико и затрагивает финансовую, демографическую, экологическую, социологическую и другие стороны нашей жизни.

Квадратный трехчлен. Квадратичная функция. (6ч.)

<u>Квадратный трехчлен</u>

Определение квадратного трехчлена, корни квадратного трехчлена. Основные теоремы и их применение для нахождения корней квадратного трехчлена и его разложения на множители; теоремы, позволяющие определить знак квадратного трехчлена.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители выделением полного квадрата двучлена и по формуле ax2+bx+c=a(x-x1)(x-x2). Исследование корней квадратного трехчлена. Сокращение алгебраических дробей и упрощение выражений, содержащих квадратный трехчлен.

Квадратичная функция

Понятие квадратичной функции. Область определения и множество ее значений. Наибольшее и наименьшее значение функции. Возрастающая и убывающая , четная и нечетная функция. Функция, ограниченная снизу и сверху. Выпуклость (геометрическая интерпретация). Точки максимума и минимума.

График квадратичной функции

Определение графика функции y=f(x). График квадратичной функции y=a2+bx+c, где a, b и c - числа, a≠ 0. Преобразования графика квадратичной функции (параллельный перенос вдоль оси OX, оси OY; растяжение и сжатие вдоль осей координат; симметричное отражение относительно осей OX и OY. Построение графика функции, содержащей знак модуля. Построение графиков кусочных функций.

Решение уравнений и неравенств второй степени, систем и совокупностей неравенств

Решение квадратных и биквадратных уравнений. Составление уравнений по его корням с применением прямой и обратной теоремы Виета. Решение квадратных неравенств методом параболы, методом интервалов. Решение квадратных уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Аналитическое и графическое решение систем уравнений; системы и совокупности неравенств.

Решение квадратных уравнений и неравенств с параметром

Решение задач различных типов на квадратичную функцию, квадратных уравнений и неравенств, содержащих параметр.

Особую роль при рассмотрении свойств функций играет использование графических представлений. Одна из важнейших задач изучения функционального материала состоит в формировании умения «читать» график: находить значение функции по заданному значению аргумента; находить, при каких значениях аргумента функция принимает указанное значение; определять промежутки знакопостоянства, а также промежутки возрастания и убывания функции. При изучении конкретных функций график является опорным для выяснения свойств функции, которые затем доказываются аналитически. В то же время, обращение к аналитическим доказательствам используется для уточнения суждения о виде графика.

Темы «Квадратный трехчлен» и «Квадратичная функция» поддерживают изучение основного курса математики и способствуют усвоению базового уровня, ни в коем случае не дублируя его. Предлагаемый курс освещает намеченные, но совершенно не проработанные в школьном курсе математики вопросы. Стоит отметить, что навыки в применении квадратного трехчлена необходимы каждому ученику, желающему хорошо подготовиться для успешной сдачи ЕГЭ, а также будет хорошим подспорьем для успешных выступлений на олимпиадах по математике и научно-практических конференциях. Кроме того, углубленное изучение этой темы поможет на уроках физики, т. к. многие физические зависимости выражаются квадратичной функцией.

Задачи и их решение. (10 ч)

№	Наименование темы	Содержание	Количество часов
1	Текстовые задачи и техника их решения	Текстовая задача. Виды задач и их примеры. Решение текстовой задачи. Этапы решения текстовой задачи. Решение текстовых задач по действиям. Решение текстовых задач методом составления уравнения, неравенства или их системы. Значение правильного письменного оформления решения текстовой задачи. Решение текстовой задачи с помощью графика. Чертёж к текстовой задаче и его значение для построения математической модели.	1
2	Задачи на движение	Движение тел по течению и против течения. Равномерное и равноускоренное движения тел по прямой линии в одном направлении и навстречу друг другу. Движение тел по окружности в одном направлении и навстречу друг другу. Формулы зависимости расстояния, пройденного телом, от скорости, ускорения и времени в различных видах движения. Графики движения в прямоугольной системе координат. Чтение графиков движения и применение их для решения текстовых задач. Решение текстовых задач с использованием элементов геометрии. Особенности выбора переменных и методики решения задач на движение. Составление таблицы данных задачи на движение и её значение для составления математической модели.	5
3	Задачи на сплавы, смеси, растворы	Понятие объемной (массовой) концентрации, объемной (массовой) процентной концентрации. Решение задач, связанных с понятием «концентрация», «процентная концентрация».	4

Решение задач повышенной сложности (4 ч).

Каждое занятие, а также весь курс в целом направлен на то, чтобы развить интерес школьников к математике, познакомить их с новыми идеями и методами решения задач, формировать способности учащихся рационально использовать умения и навыки, полученные на уроке; расширить и углубить знания по данной теме, необходимые для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирует ясность и точность мысли, критичность мышления, интуицию, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, пространственные представления, способность к преодолению трудностей; формирует представление об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; воспитывает отношение к математике как к части общечеловеческой культуры.

Достижение этой цели осуществляется за счет:

- включения задач на построение графиков квадратичной функции, не рассматриваемых на уроках, в частности, задач с параметрами и задач, содержащих абсолютную величину;
- корректировки представлений учащихся о содержании основных понятий, относящихся к этим видам задач;
- формирования у учащихся знаний о методах и приемах решения этих задач, способах контроля;
- приобщения учащихся к работе с математической литературой.

Тематическое планирование

№	Тема	Кол-во часов
1.	Числовые множества.	3
2.	Элементы математической логики.	4
3.	Процентные расчёты на каждый день.	7
4.	Квадратный трехчлен. Квадратичная функция.	6
5.	Задачи и их решение.	10
6.	Решение задач повышенной сложности	4
	Итого	34

Календарно - тематическое планирование

№	Тема	Кол-во часов	Дата проведения
	Числовые множества.	**3**	
1.	Понятие множества. Операции с множествами		
2.	Операции на числовом множестве.		
3.	Действительные числа. Бесконечные числовые множества		

	Элементы математической логики.	**4**	
4.	Логика высказываний		
5.	Логика высказываний		
6.	Высказывательные формы и операции над ними		
7.	Высказывательные формы и операции над ними		
	Процентные расчёты на каждый день.	**7**	
8.	Проценты. Основные задачи на проценты.		
9.	Процентные вычисления в жизненных ситуациях.		
10.	Формула процентного роста		
11.	Решение задач на применение формул «сложных процентов» и процентного роста		
12.	Задачи на сплавы, смеси, растворы		
13.	Решение задач, связанных с понятиями «концентрация», «процентное содержание»		
14.	Задачи с экономическим содержанием		
	Квадратный трехчлен. Квадратичная функция.	**6**	
15.	Квадратный трехчлен		
16.	Квадратичная функция и ее свойства		
17.	График квадратичной функции. Преобразования графика		
18.	Решение уравнений и неравенств второй степени; систем и совокупностей неравенств.		
19.	Решение уравнений и неравенств второй степени; систем и совокупностей неравенств.		
20.	Решение уравнений и неравенств с параметром.		

	Задачи и их решение.	**10**	
21.	Задачи на движение		
22.	Задачи на движение по реке		
23.	Графический способ решения задач на движение.		
24.	Задачи на переливание		
25.	Задачи на сплавы, смеси, растворы.		

26.	Задачи на работу.		
27.	Задачи с экономическим содержанием. Формула сложных процентов.		
28.	Занимательные задачи		
29.	Занимательные задачи		
30.	Творческая работа по темам: « Задачи на числа».		
	Решение задач повышенной сложности	**4**	
31.	Задачи международного математического конкурса «Кенгуру».		
32.	Задачи международного математического конкурса «Кенгуру».		
33.	Задачи повышенной трудности: олимпиад, конкурсов.		
34.	Задачи повышенной трудности: олимпиад, конкурсов.		

Список учебно-методической литературы.

1. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков С.Б. Суворова. – М.: Прсвещение, 2010. – 271 с.
2. Алгебра. Тесты для промежуточной аттестации. 7-8 класс./под.ред. Ф.Ф.Лысенко-Ростов-на-Дону:Легион 2007. – 151 с.
3. Виртуальная школа Кирилла и Мефодия. Уроки алгебры Кирилла и Мефодия. 7-8 классы, 2004.
4. Глазков Ю. А. Алгебра. 8 класс. Тесты / Ю.А. Глазков, М.Я. Гаиашвили. – М.: Экзамен, 2011. – 112 с.
5. Дудницын Ю. П. Алгебра. Тематические тесты. 8 класс / Ю.П. Дудницын, В.Л. Кронгауз. – М.: Просвещение, 2010. – 128 с.
6. Жохов В. И. Алгебра. Дидактические материалы. 8 класс / В.И. Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 2010. – 160 с.
7. Жохов В.И. Уроки алгебры в 8 классе / В. И. Жохов, Г. Д. Карташева. – М.: Просвещение, 2010. – 80 с.
8. Макарычев Ю.Н. Изучение алгебры. 7-9 классы: книга для учителя / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, С. Б. Суворова, И. С. Шлыкова. – М.: Просвещение, 2009. – 304 с.
9. Элементы статистики и теории вероятностей: Учеб пособие для обучающихся 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2007.
10. Лысенко Ф. Ф., Кулабухов С. Ю. ГИА-9. Математика, 9 класс. Тематические тесты. Ростов на Дону «Легион»-М. 2011
11.Пичурин Л.Ф. «За страницами алгебры», Москва: Просвещение, 1990.
12.Галицкий М.Л. и др. «Сборник задач по алгебре для 8-9 классов». Учебное пособие для учащихся. Москва: Просвещение, 1999.

13. Баврин И. И. ГИА 2011. Геометрия. 9 класс: Серия: Готовимся к экзаменам. ГИА. – М.: Дрофа, 2011.- 160 с.

14. Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2011. Под ред. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Ростов на/Д: Легион-М, 2010 - 224 с.

15. Ященко И.В., Шестаков С.А., Трепалин А.С., Семенов А.В., Захаров П.И. ГИА. Математика (с геометрией и теорией вероятностей). Типовые тестовые задания. - М.: "Экзамен", 2011. - 63 с.
16. Ященко И.В., Семенов А.В., Захаров П.И.. ГИА 2011, Алгебра. Тематическая рабочая тетрадь. 8 класс (новая форма) – М.: Издателство «Экзамен», МЦННМО, 2010 Кочагин В.В.,
17. Алгебра: 9 класс: Тестовые задания к основным учебникам: Рабочая тетрадь – М.: Эксмо, 2011

Интернет – ресурсы:

- Министерство образования РФ: http://www.ed.gov.ru/ ; http://www.edu.ru
- Тестирование online: 5 – 11 классы: http://www.kokch.kts.ru/cdo
- Новые технологии в образовании: http://edu.secna.ru/main
- Путеводитель «В мире науки» для школьников: http://www.uic.ssu.samara.ru

- Мегаэнциклопедия Кирилла и Мефодия: http://mega.km.ru
- сайт для самообразования и он-лайн тестирования: http://uztest.ru/
- досье школьного учителя математики: http://www.mathvaz.ru/

. http://school-collection.edu.ru/ – единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

Содержание курса

Поурочное планирование

№	**№**	**Тема**
		Текстовые задачи и техника их решения (1 ч)
1	1	Текстовая задача. Виды и их примеры. Решение задачи. Этапы решения текстовой задачи. Решение задач по действиям. Решение текстовых задач методом составления уравнения, неравенства или их системы. Значение правильного письменного оформления решения текстовой задачи.
		Задачи на движение (10 ч)
2	1	Движение тел по течению и против течения.
3	2	Равномерное и равноускоренное движения тел по прямой линии в одном направлении и навстречу друг другу.
4	3	Движение тел по окружности в одном направлении и навстречу друг другу.
5	4	Формулы зависимости расстояния, пройденного телом, от скорости, ускорения и времени в различных видах движения.
6	5	Графики движения в прямоугольной системе координат. Чтение графиков движения и применение их для решения текстовых задач.
7	6	Решение текстовых задач с использованием элементов геометрии.
8	7	Особенности выбора переменных и методики решения задач на движение.
9	8	Составление таблицы данных задачи на движение и её значение для составления математической модели.
10	9	Составление таблицы данных задачи на движение и её значение для составления математической модели.
11	10	Составление таблицы данных задачи на движение и её значение для составления математической модели.
		Задачи на сплавы, смеси, растворы (4 ч)
12	1	Решение задач на сплав, смеси, растворы
13	2	Решение задач на сплав, смеси, растворы
14	3	Решение задач на сплав, смеси, растворы
15	4	Решение задач на сплав, смеси, растворы
		Задачи повышенной трудности (2 ч)
16	1	Текстовые задачи из ГИА.
17	2	Текстовые задачи из ГИА.

Приложение 1

Примеры задач на движение

Рассмотрим простейшую задачу на движение.

Задача 1. Перегон в 60 км поезд должен был проехать с постоянной скоростью за определенное расписанием время. Простояв у семафора перед перегоном 5 минут, машинист вынужден был увеличить скорость прохождения перегона на 10 км/ч, чтобы наверстать к окончанию прохождения перегона потерянные 5 минут. С какой скоростью должен был пройти поезд перегон по расписанию?
Решение:
Решение задачи сводится к нескольким этапам.

1 этап – составление математической модели

По расписанию: пусть x км/ч– скорость поезда по расписанию. Длина перегона: s=60 км. Для равномерного прямолинейного движения верна формула:

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Тогда время, за которое поезд должен был пройти перегон по расписанию, выражается следующим образом: $\frac{60}{x}ч$.
Фактически: скорость поезда была увеличена, то есть была равна (x+10) км/ч. Длина перегона осталась той же: s=60 км.
Тогда время, за которое поезд реально проехал перегон, выражается следующим образом: $\frac{60}{x+10}ч$.
Разность между временем по расписанию и фактическим временем и равна тем 5 минутам, которые простоял поезд на семафоре. Кроме того, важно помнить, что поскольку все величины в задаче измеряются в километрах и часах, то и минуты необходимо перевести в часы. Важно помнить, что 1 мин = $\frac{1}{60}ч$. Получаем следующее уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

2 этап - работа с математической моделью

Решим полученное уравнение: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = \frac{1}{12}$. Находим, что $x_1 = -90$, $x_2 = 80$.

3 этап - ответ на поставленный вопрос в задачах на движение

Так как за x мы обозначали скорость, а скорость не может быть отрицательной, то единственным вариантом ответа остается 80 км/ч.
Ответ: 80 км/ч.

Выполнив все три этапа, мы: получили математическую модель; решили полученное уравнение; отобрали корни, которые нам нужны.
Как видно из решения данной задачи, самый сложный этап – составление математической модели.

<u>Второй вариант оформления решения задачи</u> (таблица)

В нашей задаче 1 участник – поезд, но 2 случая: фактическое движение и движение по расписанию (планируемое):

	Путь (s)	Скорость (v)	Время (t)
Планируемое движение	60 км	*x* км/ч	$\frac{60}{x}$ *ч*
Фактическое движение	60 км	*(x+10)* км/ч	$\frac{60}{x+10}$ *ч*

Данная таблица помогает осмыслить задачу и составить соответствующее уравнение.

Пример решения задачи на движение по реке
Рассмотрим пример.
Задача 2. Пристани А и В расположены по реке, причем В на 80 км ниже по течению, чем А. Катер прошел путь из А в В и обратно за 8 часов 20 минут. За какое время катер проходит путь из А в В и за какое – из В в А, если его скорость в стоячей воде равна 20 км/ч?

Решение
Пусть *x км/ч*– скорость течения реки, тогда: *(x+20) км/ч*– скорость по течению реки; *(20-x) км/ч*– скорость против течения реки.
Путь, который проходит катер между пристанями, равен 80 км. То есть, s=80 км.
Тогда время, которое затратит катер на движение по течению реки, равно:

$$t_1 = \frac{80}{20+x}$$

Против течения:

$$t_2 = \frac{80}{20-x}$$

Общее время вычисляется по формуле:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{80}{20+x} + \frac{80}{20-x} = 8\frac{20}{60} = 8\frac{1}{3} = \frac{25}{3}$$

Получаем следующее уравнение:

$$\frac{80}{20+x} + \frac{80}{20-x} = \frac{25}{3}$$

Это уравнение легко решается. Находим, что $x_{1,2} = \pm 4$
Так как скорость течения не может быть отрицательной, то скорость течения равна 4 км/ч.
Тогда время, которое катер потратил на движение по течению реки:

$$t_1 = \frac{80}{20+4} = 3\frac{1}{3} ч = 3ч 20 мин$$

А время, которое катер потратил на движение против течения реки: $t_2 = \frac{80}{20-4} = 5ч$

Составим таблицу для данной задачи:

	Путь (s)	Скорость (v)	Время (t)
По течению реки из А в В	80 км	*(20+x)* км/ч	$\frac{80}{20+x} ч$
Против течения реки из В в А	80 км	*(20-x)* км/ч	$\frac{80}{20-x} ч$

С помощью этой таблицы также можно легко составить уравнение для решения данной задачи.

Рассмотрим геометрические задачи, а также некоторые другие самые разные задачи.

Задача 1. Периметр прямоугольного треугольника равен 48 см. Один катет этого треугольника на 4 см больше другого. Чему равны стороны прямоугольного треугольника?

Решение:
1 этап – Составление математической модели
Рассмотрим данный прямоугольный треугольник (Рис. 1).

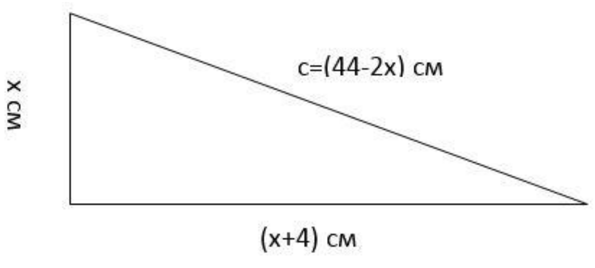


Рис. 1
Обозначим меньший из катетов как x см. Тогда второй катет равен $(x+4)$ см. Выразим длину гипотенузы. Для этого воспользуемся тем, что периметр данного треугольника равен 48 см. Обозначим гипотенузу как c. Тогда: $x+x+4+c=48$, отсюда $c = (44-2x)$ см.
Теперь запишем теорему Пифагора для этого прямоугольного треугольника:
$c^2 = x^2 + (x+4)^2 \Leftrightarrow (44-2x)^2 = x^2 + (x+4)^2$.
Получили математическую модель данной задачи.

Перейдем ко второму этапу решения задачи.

2 этап – Работа с математической моделью
Решая уравнение получаем, что $x_1 = 80$, а $x_2 = 12$.

3 этап – Ответ на вопрос задачи

Так как за *x* был обозначен меньший катет треугольника, то теперь найдем оставшиеся стороны треугольника в обоих случаях.
Если *x* = 80 см, то второй катет равен 84 см, а гипотенуза с = 44-2*80=-116 см. Поскольку длина гипотенузы не может быть отрицательной, то меньший катет не может равняться 80 сантиметрам.
Если *x* = 12 см, то второй катет равен 16 см, а гипотенуза с = 44-2*12=20 см. Это и будет ответ данной задачи.
Ответ: 12см, 15см, 20см.

Задача 2. Задумано двухзначное число. Известно, что сумма квадратов цифр заданного числа равна 58. Если цифры заданного числа поменять местами, то получится двухзначное число, которое больше заданного на 36. Какое число задумали?

Решение.
Обозначим задуманное число $\overline{xy}$. Что означает эта запись? Горизонтальная черта сверху над числом означает, что мы записали не произведение чисел $x \cdot y$, а именно двухзначное число, первая цифра которого (количество десятков) – x, а вторая – y(количество единиц). То есть, фактически, можно записать это следующим образом: $\overline{xy} = 10 \cdot x + 1 \cdot y$.
Рассмотрим несколько поясняющих примеров. Число 31 – это число, которое состоит из 3 десятков и 1 единицы. Получаем: $31 = 3 \cdot 10 + 1 \cdot 1$. А число 78 – это число, которое состоит из 7 десятков и 8 единиц. Или: $78 = 7 \cdot 10 + 8 \cdot 1$. Это правило записи чисел в привычной нам десятичной системе счисления. А вот если мы переставим цифры в числе местами, то получим новое число (это свойство обусловлено тем, что десятичная система является позиционной, то есть «вес» цифры зависит от позиции, на которой она расположена). Например, если переставить цифры в числе 31, то получим число 13: $13 = 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1$. Аналогично, если переставить цифры в числе 78, то получим число 87: $87 = 8 \cdot 10 + 7 \cdot 1$.
Если рассмотреть более общий пример:
$329 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 1$.

2 и 3 этапы (работа с математической моделью и ответ на поставленный вопрос) для текстовой задачи
Вернемся к решению сформулированной задачи. Мы знаем про x, yтолько то, что это цифры (то есть элементы множества $\{0,1,2,3,\ldots 9\}$), причем xне может равняться 0 (так как первая цифра двузначного числа не меньше 1).
Запишем теперь известные нам условия. Во-первых, сумма квадратов цифр исходного числа равна 58. Получаем: $x^2 + y^2 = 58$.
Кроме того, мы знаем, что если переставить цифры местами, то получится число, которое на 36 больше исходного. После перестановки цифр получится число: $\overline{yx} = 10y + x$.

Запишем равенство: $10y + x = 10x + y + 36 \Leftrightarrow 9y - 9x = 36$. Поделим обе части равенства на 9, получим: $y - x = 4 \Rightarrow y = x + 4$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

Решив систему, получаем, что $x_1 = 3$, $x_2 = -7$

Так как цифра числа не может быть отрицательной, то $x = 3$, тогда $y = 7$. Значит, задуманное число равно 37.

Ответ: 37.

<u>Решение простейшей задачи</u>

Задача 1. Расстояние между двумя пунктами по реке составляет 14 км. Лодка проходит этот путь по течению за 2 часа, против течения – за 2 часа 48 минут. Найдите скорость лодки в стоячей воде и скорость течения реки.

Решение:

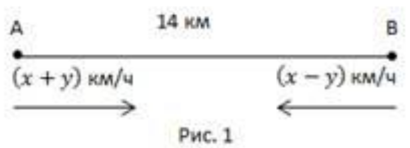
Вспомним уравнение прямолинейного равномерного движения: S = V*T

S – расстояние,

V – скорость,

T – время.

Переведем 2 часа 48 минут в часы, это составит $\frac{14}{5}$ *часа*



Пусть x км/ч – скорость лодки в стоячей воде, y км/ч – скорость течения реки. Составим математическую модель.

Если лодка движется по течению, то она имеет скорость x + y км/ч и пройдет 14 км за время $\frac{14}{x+y} = 2$. Если лодка движется против течения, она идет со скоростью x – y км/ч и пройдет 14 км за время $\frac{14}{x-y} = \frac{14}{5}$.

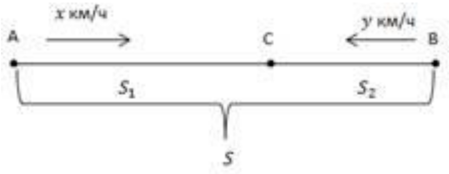
Мы получили математическую модель. То же самое можно получить с помощью таблицы.

	S	V	T
По течению	14	x + y	$\frac{14}{x+y}$
Против течения	14	x - y	$\frac{14}{x-y}$

Решим полученную систему.

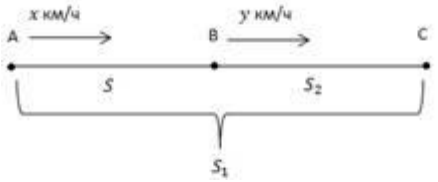
$$\begin{cases} \frac{14}{x+y} = 2, \\ \frac{14}{x-y} = \frac{14}{5}; \end{cases} <=> \begin{cases} \frac{7}{x+y} = 1, \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{5}; \end{cases} <=> \pm\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 5; \end{cases} <=> \begin{cases} 2x = 12, \\ 2y = 2; \end{cases} <=> \begin{cases} x = 6, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: 6 км/ч; 1 км/ч.
Перед тем как приступить к более сложным задачам, решим две опорные задачи на движение.
1. Опорная задача (сближение).
Из пунктов А и В одновременно выехали навстречу друг другу два поезда.
Дано: АВ = S
x, y – скорости поездов, км/ч.
Найти: время t до их встречи, и расстояния S_1 и S_2, пройденные до момента их встречи каждым из поездов.
Решение:



Найдем скорость сближения: $x + y$.
Найдем время t до встречи: $t = \frac{S}{x+y}$.
Найдем искомые расстояния: $S_1 = \frac{S}{x+y} \cdot x;\ S_2 = \frac{S}{x+y} \cdot y$.
Ответ: $t = \frac{S}{x+y};\ S_1 = \frac{S}{x+y} \cdot x;\ S_2 = \frac{S}{x+y} \cdot y$.

2. Опорная задача.
Первый турист вышел из пункта А. Одновременно второй турист вышел из пункта В. Оба двигаются в направлении луча АВ. Первый догнал второго в пункте С.
Дано: $AB = S$.
x, y – скорости первого и второго туристов, км/ч.
Найти: время t до встречи туристов, расстояния S_1 и S_2, пройденные первым и вторым туристами до встречи.
Решение:

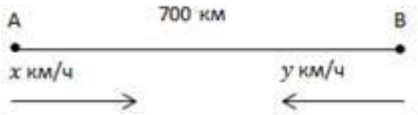


Найдем скорость сближения: $x - y$.
Найдем время t до встречи: $t = \frac{S}{x-y}$.
Найдем искомые расстояния: $S_1 = \frac{S}{x-y} \cdot x;\ S_2 = \frac{S}{x-y} \cdot y$.
Ответ: $t = \frac{S}{x-y};\ S_1 = \frac{Sx}{x-y}; S_2 = \frac{Sy}{x-y}$.

Решение задач

Задача 2. Из двух городов, расстояние между которыми 700 км, одновременно навстречу друг другу отправляются два поезда, и встречаются через 5 часов. Если второй поезд

отправится на 7 часов раньше первого, то они встретятся через два часа после отправления первого поезда. Найти скорость каждого поезда.
Решение:
Пусть x км/ч, y км/ч – скорости первого и второго поездов.
S – расстояние между городами.
Рассмотрим вначале первый случай. Легко увидеть, что это задача на сближение, т.е. мы сможем пользоваться данными, полученными в первой опорной задаче.



700 км оба поезда пройдут за 5 часов со скоростью сближения $x + y$, т. е. $\frac{700}{x+y} = 5.$

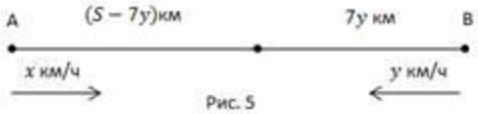


Рис. 5

Второй случай: те же условия, но первый поезд начал движение через 7 часов после второго. За 7 часов второй поезд прошел $7y$ км, осталось $(700 - 7y)$ км, и только тогда начинает движение первый поезд. Начинается сближение. Поездам нужно пройти $(700 - 7y)$ км с общей скоростью $x + y$, и они встретятся через 2 часа, т.е. $\frac{700 - 7y}{x+y} = 2.$
Мы получили математическую модель.
Упростим полученные уравнения.

$\frac{700}{x+y} = 5 \Rightarrow x + y = 140;$

$\frac{700 - 7y}{x+y} = 2 \Rightarrow 2x + 9y = 700.$

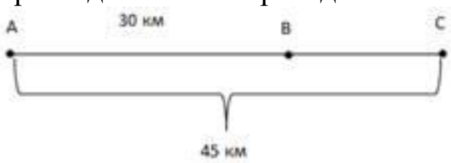
$$\begin{cases} x + y = 140, \\ 2x + 9y = 700; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 140 - y, \\ 2(140 - y) + 9y = 700; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 140 - y, \\ 7y = 420; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80, \\ y = 60. \end{cases}$$

Ответ: 80 км/ч, 60 км/ч.

Задача 3. Пристани B и C находятся ниже пристани A по течению реки соответственно на 30 км и 45 км. Моторная лодка отходит от пристани A, доходит до C, сразу поворачивает назад и приходит в B, затратив на весь путь 4 часа 40 минут. В другой раз эта же лодка отошла от пристани, дошла до A, сразу повернула назад и пришла в B, затратив на весь путь 7 часов. Чему равна собственная скорость лодки и скорость течения реки?

Решение:
Пусть x км/ч – собственная скорость лодки, y км/ч – скорость течения реки.

Время движения переведем в часы, 4 часа 40 минут = $\frac{14}{3}$ часа.



Опишем первый рейс: $A \to C \to B.$

Из A в C лодка шла 45 км по течению со скоростью $x + y$ км/ч, время в пути составило $\frac{45}{x+y}$ ч.

Из C в B лодка шла 15 км против течения, т.е. $\frac{15}{x-y}$ ч. Суммарное время в пути составило $\frac{14}{3}$ ч, т.е. $\frac{45}{x+y}+\frac{15}{x-y}=\frac{14}{3}$.

Опишем второй рейс: $C \to A \to B$.

Из C в A лодка шла 45 км против течения, т.е. была в пути $\frac{45}{x-y}$ ч. Из A в B шла 30 км по течению, т.е. была в пути $\frac{30}{x+y}$ ч. Общее время в пути составило 7 ч, т.е. $\frac{45}{x-y}+\frac{30}{x+y}=7$.

Решаем полученную систему:

$$\begin{cases} \frac{45}{x+y}+\frac{15}{x-y}=\frac{14}{3}, \\ \frac{45}{x-y}+\frac{30}{x+y}=7. \end{cases}$$

Произведем замену переменных: $\begin{cases} \frac{15}{x+y}=a, \\ \frac{15}{x-y}=b; \end{cases}$

$$\begin{cases} 3a+b=\frac{14}{3}, \\ 2a+3b=7; \end{cases} <=> \begin{cases} b=\frac{14}{3}-3a, \\ 2a+3\left(\frac{14}{3}-3a\right)=7; \end{cases} <=> \begin{cases} a=1, \\ b=\frac{14}{3}. \end{cases}$$

Переходим к старым переменным:

$$\begin{cases} \frac{15}{x+y}=1, \\ \frac{15}{x-y}=\frac{5}{3}; \end{cases} <=> \pm\begin{cases} x+y=15, \\ x-y=9; \end{cases} <=> \begin{cases} 2x=24, \\ 2y=6; \end{cases} <=> \begin{cases} x=12, \\ y=3. \end{cases}$$

Ответ: 12 км/ч, 3 км/ч.

<u>Задача для самостоятельного решения</u>

1) Катер проплыл 9 км по течению реки и 1 км против течения за то же время, за какое плот проплывает 4 км по этой реке. Найдите скорость течения, если собственная скорость катера равна 8 км/ч?

2) Из пункта А вышел пешеход, а через 1 час 40 минут после этого в том же самом направлении выехал велосипедист, который догнал пешехода на расстоянии 12 км от пункта А. Найдите скорости пешехода и велосипедиста, если за 2 часа пешеход проходит на 1 км меньше, чем велосипедист проезжает за 1 час.

3) Велосипедист съездил из села на станцию и вернулся назад. На обратном пути он увеличил скорость на 1км/ч в сравнении с движением на станцию и потратил на него на 8 минут меньше. С какой скоростью ехал велосипедист на станцию, если расстояние между селом и станцией 32 км?

4)Для перевозки 60 тонн груза было заказано определенное количество грузовиков. Из-за неисправности двух из них на каждую машину пришлось грузить на 1 тонну больше, чем планировалось. Сколько машин должно было работать на перевозке груза?

5) Несколько учеников поделили поровну между собой 180 яблок. Если бы учеников было на 3 меньше, то каждый из них получил бы на 3 яблока меньше. Сколько было учеников?

6) Печатая каждый день на 3 листа больше, чем планировалось, машинистка закончила работу объемом 60 листов на 1 день раньше, чем планировала. Сколько листов она печатала за один день.

Список литературы

1) Башмаков М.И. Алгебра, 8 класс. – М.: Просвещение, 2004.
2) Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др. Алгебра, 8. 5-е изд. – М.: Просвещение, 2010.
3) Никольский С.М., Потапов М.А., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра, 8 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2006.
4) Математика. Учебно-методическое приложение к газете «Первое сентября»

Ссылки на ресурсы сети Интернет
Easyen.ru
Mmmf.msu.ru
Pedsovet.su.ru
School.xvatit.com
Ucheba-legko.ru
Unimath.ru